1 (Liban 2013)

L'entreprise *Fructidoux* fabrique des compotes qu'elle conditionne en petits pots de 50 grammes. Elle souhaite leur attribuer la dénomination « compote allégée ».
La législation impose alors que la teneur en sucre, c'est-à-dire la proportion de sucre dans la compote, soit comprise entre 0,16 et 0,18. On dit dans ce cas que le petit pot de compote est conforme.
L'entreprise possède deux chaînes de fabrication F_1 et F_2.

Partie A

La chaîne de production F_2 semble plus fiable que la chaîne de production F_1. Elle est cependant moins rapide. Ainsi, dans la production totale, 70% des petits pots proviennent de la chaîne F_1 et 30% de la chaîne F_2. La chaîne F_1 produit 5% de compotes non conformes et la chaîne F_2 en produit 1%.
On prélève au hasard un petit pot dans la production totale. On considère les évènements :
E : « Le petit pot provient de la chaîne F_2 »
C : « Le petit pot est conforme. »

1. Construire un arbre pondéré sur lequel on indiquera les données qui précèdent.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « Le petit pot est conforme et provient de la chaîne de production F_1. »
3. Déterminer la probabilité de l'évènement C.
4. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement C est réalisé.

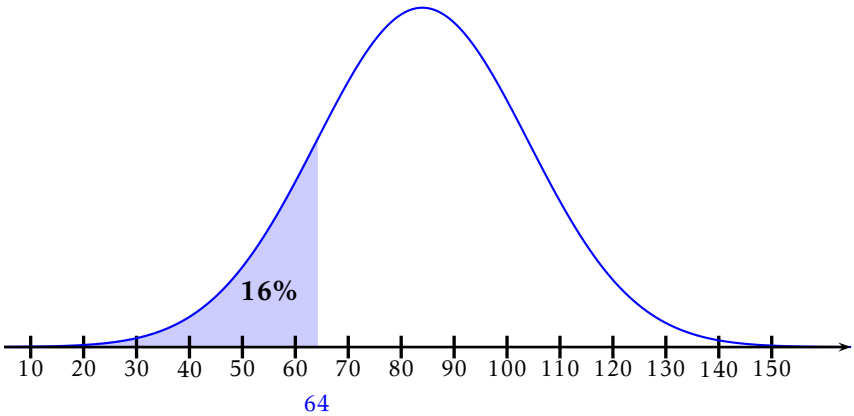
Partie B

1. On note X la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_1, associe sa teneur en sucre.
   On suppose que X suit la loi normale d'espérance $m_1 = 0,17$ et d'écart-type $\sigma_1 = 0,006$.
   Donner une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_1 soit conforme.
2. On note Y la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_2, associe sa teneur en sucre.
   On suppose que Y suit la loi normale d'espérance $m_2 = 0,17$ et d'écart-type σ_2.
   On suppose de plus que la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_2 soit conforme est égale à $0,99$.
   Soit Z la variable aléatoire définie par $Z = \dfrac{Y - m_2}{\sigma_2}$.
   a. Quelle loi la variable aléatoire Z suit-elle ?
   b. En déduire une valeur approchée à 10^{-3} près de σ_2.

2 (Pondichéry 2015)

Partie A Étude de la durée de vie d'un appareil électroménager

Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de vie, en mois, d'un type de lave-vaisselle par une variable aléatoire X suivant une loi normale $\mathcal{N}\left(\mu,\ \sigma^2\right)$ de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type σ.
De plus, on a $P(X \leqslant 64) = 0,16$.
La représentation graphique de la fonction densité de probabilité de X est donnée ci-dessous.



1. a. En exploitant le graphique, déterminer $P(64 \leqslant X \leqslant 104)$.
   b. Quelle valeur approchée entière de σ peut-on proposer ?
2. On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \dfrac{X - 84}{\sigma}$.
   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par Z ?
   b. Justifier que $P(X \leqslant 64) = P\left(Z \leqslant \dfrac{-20}{\sigma}\right)$.
   c. En déduire la valeur de σ, arrondie à 10^{-3}.
3. Dans cette question, on considère que $\sigma = 20,1$.
   Les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-3}.
   a. Calculer la probabilité que la durée de vie du lave-vaisselle soit comprise entre 2 et 5 ans.
   b. Calculer la probabilité que le lave-vaisselle ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

Partie B Étude de l'extension de garantie d'El'Ectro

Le lave-vaisselle est garanti gratuitement pendant les deux premières années.
L'entreprise El'Ectro propose à ses clients une extension de garantie de 3 ans supplémentaires.
Des études statistiques menées **sur les clients qui prennent l'extension de garantie** montrent que 11,5% d'entre eux font jouer l'extension de garantie.

1. On choisit au hasard 12 clients parmi ceux ayant pris l'extension de garantie (on peut assimiler ce choix à un tirage au hasard avec remise vu le grand nombre de clients).
   a. Quelle est la probabilité qu'exactement 3 de ces clients fassent jouer cette extension de garantie ? Détailler la démarche en précisant la loi de probabilité utilisée. Arrondir à 10^{-3}.
   b. Quelle est la probabilité qu'au moins 6 de ces clients fassent jouer cette extension de garantie ? Arrondir à 10^{-3}.
2. L'offre d'extension de garantie est la suivante : pour 65 euros supplémentaires, El'Ectro remboursera au client la valeur initiale du lave-vaisselle, soit 399 euros, **si une panne irréparable survient entre le début de la troisième année et la fin de la cinquième année**. Le client ne peut pas faire jouer cette extension de garantie si la panne est réparable.
   On choisit au hasard un client parmi les clients ayant souscrit l'extension de garantie, et on note Y la variable aléatoire qui représente le gain algébrique en euros réalisé sur ce client par l'entreprise El'Ectro, grâce à l'extension de garantie.
   a. Justifier que Y prend les valeurs 65 et -334 puis donner la loi de probabilité de Y.
   b. Cette offre d'extension de garantie est-elle financièrement avantageuse pour l'entreprise ? Justifier.

3 **(Amérique du Nord 2015)**

Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat de 100 grammes. Le service de contrôle qualité effectue plusieurs types de contrôle.

Partie A Contrôle avant la mise sur le marché

Une tablette de chocolat doit peser 100 grammes avec une tolérance de deux grammes en plus ou en moins. Elle est donc mise sur le marché si sa masse est comprise entre 98 et 102 grammes.
La masse (exprimée en grammes) d'une tablette de chocolat peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 1$. Le réglage des machines de la chaîne de fabrication permet de modifier la valeur de σ.

1. Calculer la probabilité de l'évènement M : « la tablette est mise sur le marché ».
2. On souhaite modifier le réglage des machines de telle sorte que la probabilité de cet évènement atteigne 0,97. Déterminer la valeur de σ pour que la probabilité de l'évènement « la tablette est mise sur le marché » soit égale à $0,97$.

Partie B Contrôle à la réception

Le service contrôle la qualité des fèves de cacao livrées par les producteurs. Un des critères de qualité est le taux d'humidité qui doit être de 7 %. On dit alors que la fève est conforme.
L'entreprise a trois fournisseurs différents :
le premier fournisseur procure la moitié du stock de fèves, le deuxième 30% et le dernier apporte 20% du stock. Pour le premier, 98 % de sa production respecte le taux d'humidité ; pour le deuxième, qui est un peu moins cher, 90% de sa production est conforme, et le troisième fournit 20% de fèves non conformes.
On choisit au hasard une fève dans le stock reçu. On note F_i l'évènement « la fève provient du fournisseur i », pour i prenant les valeurs 1, 2 ou 3, et C l'évènement « la fève est conforme ».

1. Déterminer la probabilité que la fève provienne du fournisseur 1, sachant qu'elle est conforme. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.
2. Le troisième fournisseur ayant la plus forte proportion de fèves non conformes, l'entreprise décide de ne conserver que les fournisseurs 1 et 2. De plus, elle souhaite que 92% de fèves qu'elle achète soient conformes. Quelle proportion p de fèves doit-elle acheter au fournisseur 1 pour atteindre cet objectif ?